

ESTADÍSTIKA ENPRESARA APLIKATUA

Irakaslea: Josemari Sarasola
2025-2026 IKASTURTEA

GAIAK: Ebaluazio jarraituko ariketak: Poisson-en banaketa

- 1 Zerrategi batean, zerra automatiko batek ordubeteen izaten duen geldialdi kopurua bataz beste 4 da, geldialdiak zoriz eta independentzia gertatzen direlarik. Geldialdi bakoitzak 2 minutuko iraupena du.
 - a Kalkulatu ordubeteen zerra 12 minutu baino gehiago geldirik izateko probabilitatea.
 - b Kalkulatu ordubeteen geldialdi kopurua 2 eta 6 artean izateko probabilitatea, biak barne eta biak kanpo. Zergatik da probabilitate bat bestea baino txikiagoa (grafikoki erakutsi)?
 - c Kalkulatu ondoz ondoko geldialdien arteko denbora 15 minutu baino luzeagoa izateko probabilitatea? Grafikoki azaldu.
 - d Mozketa bat egiteko 22 minutu behar dira. Zenbatekoa da mozketa egin ahal izateko probabilitatea? Zergatik da aurreko atalekoa baino txikiagoa?
 - e Kalkulatu ordubeteen 6 geldialdi izateko probabilitatea. Kalkulatu ordu erdian 3 eta beste ordu erdian 3 geldialdi izateko probabilitatea. Zergatik da bata bestea baino handiagoa?

a

12 minutu baino gehiago geldirik izateko, geldialdi bakoitzak 2 minutu irauten duenez, 6 geldialdi baino gehiago izan behar dira:

$$P[X \geq 6] = 1 - P[X \leq 5] = 1 - \left[P[X = 0] + P[X = 1] + P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4] + P[X = 5] \right]$$

0 geldialdi izateko probabilitatetik errekursiboki kalkulatuko ditugu besteak:

$$P[X = 0] = \frac{e^{-4} \times 4^0}{0!} = 0.018$$

$$P[X = 1] = \frac{4}{1} \times 0.018 = 0.073$$

$$P[X = 2] = \frac{4}{2} \times 0.073 = 0.146$$

$$P[X = 3] = \frac{4}{3} \times 0.146 = 0.195$$

$$P[X = 4] = \frac{4}{4} \times 0.195 = 0.195$$

$$P[X = 5] = \frac{4}{5} \times 0.195 = 0.156$$

Aurreko probabilitate guztiak batu ondoren:

$$P[X \geq 6] = 1 - P[X \leq 5] = 1.0785 = 0.215$$

b

2 eta 6 artean izateko probabilitatea eman dezagun, biak barne:

$$P[2 \leq X \leq 6] = P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4] + P[X = 5] + P[X = 6]$$

$P[X = 6]$ kalkulatzea baino ez zaigu falta:

$$P[X = 6] = \frac{e^{-4} \times 4^6}{6!} = 0.104$$

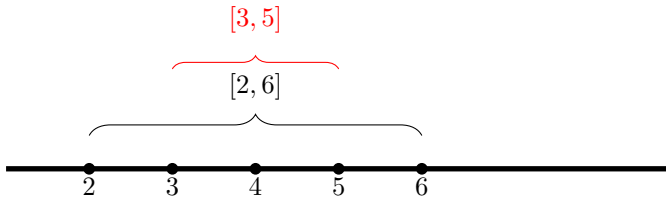
Daukagun informazioarekin batuketa garatuz:

$$P[2 \leq X \leq 6] = P[X = 2] + P[X = 3] + P[X = 4] + P[X = 5] + P[X = 6] = 0.797$$

Orain, 2 eta 6 artean izateko probabilitatea eman dezagun, baina biak kanpo:

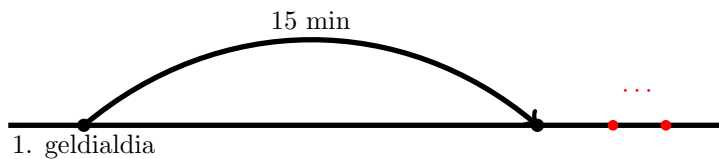
$$P[2 < X < 5] = P[X = 3] + P[X = 4] + P[X = 5] = 0.547$$

Bigarren probabilitatea txikiagoa da, dagokion gertaera lehenengoaren barnean dagoelako:



c

Geldialdien arteko denbora 15 minutu baino luzeagoa izateko, 15 minututan, azken geldialdia izan denetik, ez da geldialdirik izan behar (geldialdiak puntu gorriz):



15 minutuko lamdba parametroa 1 dela kontuan harturik:

$$P[T > 15min] = P[X_{15min} = 0] = \frac{e^{-1} \times 1^0}{0!} = 0.367$$

d

Lehenbizi, 22 minutuko lambda kalkulatuko dugu:

$$\lambda_{22min} = \frac{4}{60} \times 22 = 1.46$$

Mozketa egin haal izango da, 22 minutu horietan geldialdirik ez dagoenean. Aurrekoan bezala garatuz:

$$P[\text{mozketa egin}] = P[X_{22min} = 0] = \frac{e^{-1.46} \times 1.46^0}{0!} = 0.232$$

Ikusten denez, emaitza aurreko atalekoa baino txikiagoa da. Logikoa da: epe luzeago batean, geldialdirik ez izateko probabilitatea txikiagoa izan behar da ezinbestean.

e

Ordubeteen 6 geldialdi izateko probabilitatea:

$$P[X_{60min} = 6] = \frac{e^{-4} \times 4^6}{6!} = 0.104$$

Ordu erdian 3 eta ordu erdian beste 3 izateko probabilitatea emateko, lehenbizi ordu erdiko lambda eman behar dugu:

$$\lambda_{30min} = 2$$

$$P[X_{30min} = 3 \text{ eta } X_{30min} = 3] = \frac{e^{-2} \times 2^3}{3!} \times \frac{e^{-2} \times 2^3}{3!} = 0.032$$

Probabilitateak bidertu egiten dira Poisson-en prozesu batean independentzia dagoelako.

Bigarren probabilitatea txikiagoa da, dagokion gertaera lehenengoaren barruan dagoelako: izan ere, 6 geldialdi ordu-beteen ordu erdi bietan 0 eta 6, 1 eta 5, 2 eta 4 eta azkenik 3 eta 3 geldialdi izanik gerta daitezkeelako.