ESTATISTIKA ETA DATUEN ANALISIA

XI: Denbora-serieen analisia

Egilea: Josemari Sarasola

Gizapedia

gizapedia.hirusta.io

11.1 Denbora-serieak zer diren eta nola irudikatu

11.2 Denbora-serieen aurresana

11.3 Denbora-serieen osagaiak

11.4 Seriearen leunketa: batezbesteko higikorrak

11.5 Leunketa esponentziala

11.5.1 Aurresanak leunketa esponentzialarekin

11.5.2 Inizializazioa

11.5.3 α parametroaren hautapena

11.6 Joeradun serieen azterketa

11.7 Denbora osagaien bereizketa

11.7.1 Eredu batukorra eta eredu biderkakorra

11.7.2 Osagaien bereizketa eredu batukorrean

11.7.3 Osagaien bereizketa eredu biderkakorrean

11.7.4 Desestazionalizazioa

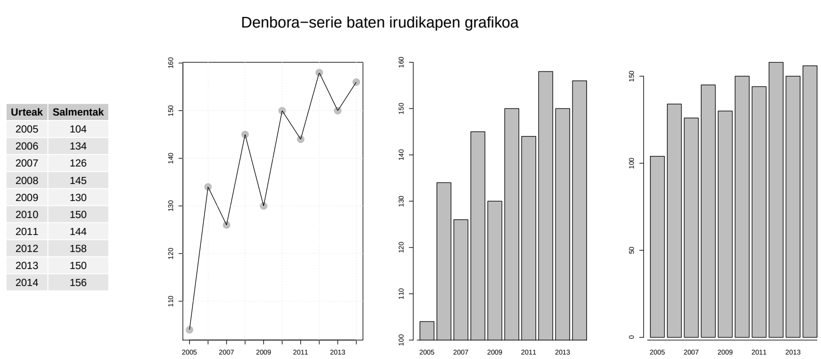
11.7.5 Aurresanak urtarokotasuna duten serieetan

11.8 Ariketak

11. gaia: Denbora-serieen analisia

11.1 Denbora-serieak zer diren eta nola irudikatu

Denbora-seriea denboran zehar aldagai batek hartu dituen *balio historikoen multzoa da, denboraren arabera ordenaturik.* Adibidez, azken urteotako herri bateko biztanleriak eta azken hilabeteotan enpresa batean izandako salmentak. Aurreko ikasgaietan ikasitako serie estatistikoak edo datu-multzoak *estatikoak* ziren, denbora-une edo epe berean jasotakoak direlako, eta hala ez zenean ere, denborak ez zuen eraginik eskuartean genituen aldagaietan.



Irudia 11.1: Denbora-serie bat grafikoki irudikatzeko, abzisa-ardatzean denbora eta ordenatu-ardatzean denbora bakoitzari dagokion aldagaiaren balioa jarri behar dira. Horrela sortzen diren puntuak lotu egin daitezke, marra bidez (*ezkerreko grafikoa*). Aukeran, denbora-aldi bakoitzean aldagaiaren balioaren neurriko zutabeak altxatzen dira, barra-diagrama sortuz horrela (*eskuineko bi grafikoak*). Ohartu behar da, azken bi grafikoetan, ordenatu-ardatzaren jatorria aldatuz, grafikoaren interpretazioa aski ezberdina dela: jatorria 100 balioan jartzen badugu, badirudi gehikuntzak askoz ere handiagoak direla jatorria 0 jarrita, benetakoa, baino.

11.2 Denbora-serieen aurresana

Denbora-serieen azterketaren helburu nagusia *aurresanak* edo predikzioak egitea da. Hala ere, enpresaritzan badira aldagai batzuk, aurresan ondoren, planifikatu edo programatu behar direnak, horiei buruzko aurresanik eman gabe. Adibidez, salmentei buruzko datu historiko andana luzea izan arren, ez litzateke egokia izango salmentetarako aurresan estatistiko soilera mugatzea, salmenta-kopurua enpresak helburutzat hartu beharrekoa aldagaia delako, eta kopuru horretara heltzeko bitartekoak jartzeak izan behar du lehentasuna.

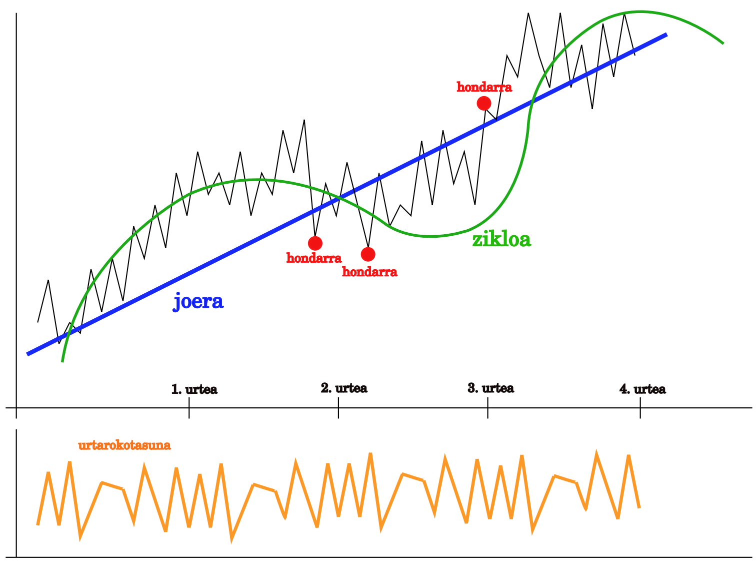
Aldagai horren aurrean, *proaktibo* izan behar da. Lantegi batean erabiltzen den gasoilaren prezioa, berriz, ez da enpresaren esku dagoen zerbait, eta horretarako bai dela egokia prezio-seriearen azterketa estatistikoa egitea, aurresanak egite aldera.

Labur, beraz, bi motako aldagaiak bereizi ditzakegu enpresan: *zein den gure helmuga* motako aldagaiak, denbora-serieen azterketara mugatu gabe, batik bat helburutzat hartu behar direnak; eta *kanpotik zer datorkigun* motako aldagaiak, haiei buruz denbora-serieen azterketaz bakarrik jakin ditzakegunak.

11.3 Denbora-serieen osagaiak

Denbora-serie batean gorabehera edo mugimendu bereziak daude, denbora-seriaren *osagaiak* deituko ditugunak. Oro har, honako osagai hauek bereizten dira:

- **joera** (ingelesez, *trend*), seriearen norabide nagusia da, epe luzerakoa. Gorakorra, beherakorra (neurri ezberdinetan) edo egonkorra izan daiteke. Adibidez, oliba-olioaren prezioak, gorabeherak kontuan hartu gabe, goraka egitea joera-mugimendu bati dagokio. Orokorrean, *batezbesteko higikor* direlakoen bitartez bakantzen da (ikus hurrengo atala);
- **zikloa** (ingelesez, *cycle*), *urte batzuetan zehar* errepikatzen den aldiroko mugimendua da. Adibidez, sagar-uzta bi urteroko ziklo baten mendean egon daiteke, urte batean igoz eta hurrengoan jaitsiz. Zikloa bakantzeko teknika estatistiko konplexuak behar dira, ikasiko ez ditugunak.
- **urtarokotasuna** (ingelesez, *seasonality*), *urtean zehar* gertatzen den urteroko mugimendu periodikoa da. Adibidez, udan izozki gehiago saltzen dira.
- **hondarra** (ingelesez, *residual*), aurrekoetan jasotzen ez diren aldaketak dira, zoriz gertatzen direnak, aurreikusezinak edo ustekabekoak. Neurri txikikoak zein handikoak, azken horiek *shock* izenekoak, izan da. Adibidez, lehorte baten ondorioz urte batean gari-uzta murriztea hondarrari dagokio.



Irudia 11.2: **Denbora-serie bateko osagaiak**: joera gorakorra bada ere, badira gorabeherak: hiru urtero errepikatzen den **zikloa**, urtearen baitan gertatzen diren aldaketa periodikoak (**urtarokotasuna**; behean jarri da, grafikoa ez nahasteagatik), eta bestelako aldaketa txikiak zein handiak, zorizkoak(**hondarra**).

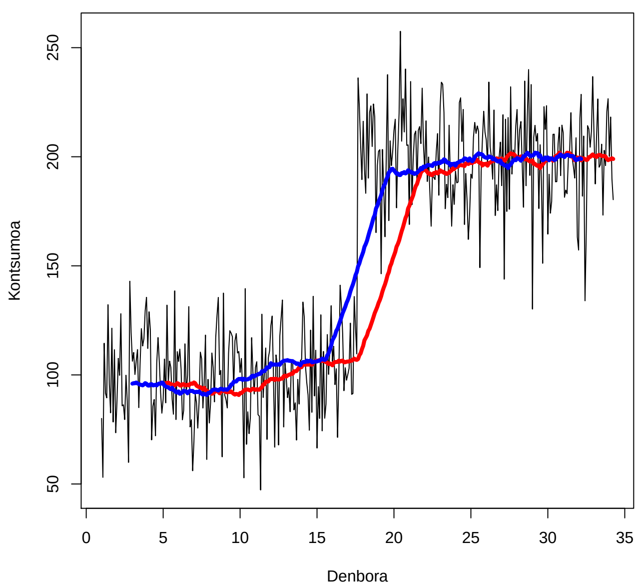
11.4 Seriearen leunketa: batezbesteko higikorrak

k **tamainako batezbesteko higikorra** edo **batezbesteko mugikorra** (ingelesez, *moving average*; frantsesez, *moyenne glissante*) denbora-seriearen azken k aldietako balioen batezbesteko aritmetiko sinplea da. Aldi posible guztietarako batezbesteko higikorrek denbora-seriea leunduta agertzen da, eta k zenbat eta handiagoa izan, orduan eta leunago azalduko da. Orokorrean, k aldiko epe batean zehar dauden gorabeherak desagertarazteko nahikoa da k tamainako batezbestekoak kalkulatzea. Horrela, urtarokotasunaren gorabeherak ezabatzeko, urtea zatitu den aldi kopuru adinako batezbesteko higikorra kalkulatuko da; eta zikloa ezabatzeko, berriz, zikloaren iraupen adinakoa.

Bi eratara azal daitezke batezbesteko higikorraren emaitzak:

- azken k aldietako batezbesteko higikorraren emaitza k aldi horietakoen **azkenekoaren parean** jarriz;
- azken k aldietako batezbesteko higikorraren emaitza k aldi horietakoen **erdikoaren parean** jarriz, eta k bikoitia bada, erdiaren azpitik dagoen lehenengoaren parean.

Era bat edo bestea baliatzea garatzen ari den teknika estatistikoaren arabera dago. Orokorrean, besterik esaten ez bada, **azkenekoaren parean** jarriko dugu.



Irudia 11.3: **Batezbesteko higikorrak**: 50 tamainako batezbesteko higikorrak irudikatu dira, emaitzak *azkenekoaren parean* (gorriz) eta *erdikoaren parean* jarrita. Bi eratara emaitzak berdinak dira, baina azkenekoaren parean jarrita batezbesteko higikorrek beranduago, aurrerako dekalaje batez, hautematen dute serie historikoko joeraren bat-bateko aldaketa. Halaber, ohartzekoa da leunketa nabarmena, batezbesteko higikorraren tamaina handiari esker.

11.5 Leunketa esponentziala

Leunketa esponentziala batezbesteko higikor berezi bat da, batezbesteko haztatu batez kalkulatzen dena eta denbora-serieko aurreko balio guztiak barnehartzen dituena, haztapen beherakorrak emanez, zehatzago era esponentzialean jaisten direnak (hortik, *leunketa esponentzial* izena), denboran atzera goazela. Horren helburua seriea leundu eta joera islatzea da, baina azken balioei garrantzi handiagoa ematen zaienez, joera aldaketak azkar detektatuz. Honela kalkulatzen da leunketa-balioa, aldi bakoitzeko batezbesteko higikorrari edo leundutako balioari LE_t deituz, eta serieko balio historikoei y_t:

$$LE_{t,\alpha} = \alpha y_t + \alpha(1-\alpha)y_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 y_{t-2} + \dots$$

Badago formula bat leunketa balioak era errekurtsiboan kalkulatzen dituena, erosoago eta praktikan baliatuko duguna, aurreko balio historiko guztiak kontuan hartu gabe, eta soilik aldi bakoitzeko balio historikoa eta aurreko aldiko leunketa-balioa behar dituena:

$$LE_{t,\alpha} = \alpha y_t + (1-\alpha)LE_{t-1}$$

α ikertzaileak erabaki beharreko parametro bat da, $[0,1]$ tartean dagoena. α zenbat eta handiagoa izan:

- orduan eta haztapen edo garrantzi handiagoa ematen zaie azken balio historikoei, eta orduan eta txikiagoa aspaldikoei;
- orduan eta azkarrago egiten dute behera haztapenek denboran atzera goazela.

Beraz, serie historikoan gertatu berri diren aldaketak aintzakotzat hartu eta leunketaren bitartez joeran islatu nahi badira, joera aldaketa posibleak azkar detektatze aldera, α handia ezarriko da (0.8 esaterako). Aitzitik, gertatu berri diren aldaketak joera aldaketa baten adierazgarri ez direla irizten bada (joera egonkor batean gaudela eta aldaketak hondarrari dagozkiola pensatzen denean, esaterako), α txikia (0.3 esaterako) ezarriko dugu.

11.5.1 Aurresanak leunketa esponentzialarekin

Leunketa esponentziala denbora-seriari buruzko aurresanak egiteko ere erabiltzen da, leunketaz gainera. **Serie historikoaren baitan**, honela kalkulatzen dira $\hat{y}_t$ aurresanak:

$$\hat{y}_t = LE_{t-1}$$

Hau da, aldi baterako aurresantzat aurreko aldi leunketa balioa hartzen da. Leunketa-balioetatik igaro beharrik gabe ere kalkula daitezke, datu historikoetatik eta aurreko aurresanetatik:

$$\hat{y}_t = \alpha y_{t-1} + (1-\alpha)\hat{y}_{t-1} = \hat{y}_{t-1} + \alpha(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1})$$

Serie historikotik kanpo, etorkizunera begira alegia, aurresan guztiak bat datoz serie historikoko azken leunketa-balioarekin, eta denboran aurrera goazela ez dira aldatuko:

$$\hat{y}_{t+k} = LE_t \ ; \ k = 1, 2, 3, \dots$$

Aurresanak etorkizunean eguneratzen ez direnez, leunketa esponentziala gorako edo beherako joerarik ez duten serieetarako, serie egonkorretarako alegia, erabiltzen da eta kasu horretan ere, epe laburreko aurresanak egiteko.

11.5.2 Inizializazioa

Erabiltzen den formula erabiltzen dela lehen leunketa balioa eta lehen aurresana finkatu behar dira, formula horietatik at. Zenbait soluzio daude: serieko lehen balio historikoa hartzea, edo lehen balio historikoen batezbestekoa. Ohartu behar da seriea zenbat eta laburragoa eta α zenbat eta txikiagoa izan, orduan eta eragingarriagoa izango dela lehen balio horren zehaztapena.

11.5.3 α parametroaren hautapena

Denbora-serie historikoan aurresanetan errore txikiena duen *alpha* parametroa hautatzen da. Aurresan historiko guztietan egindako errorea errore karratuen batura da:

$$EKB = \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2$$

11.6 Joeradun serieen azterketa

Aurreko atalean leunketa esponentzial sinplea joerarik gabeko serieetarako erabiltzen dela ikusi dugu. Nola aztertu eta nola egin aurresanak joera duten serieetarako? Denbora serieen analisian soluzio sinple batzuk ditugu:

- Karratu txikienen erregresioa egin, x aldagai independentetzat denbora (urtea, edo dena delakoa) hartu. Kalkuluak erosoago egiteko komeni da denbora 0, 1, 2, 3, ... balioen arabera jasotzea (eta ez urteak badira, 2010, 2012, 2013, ...). Aurresanak erregresio zuzenean edo kurban, x denbora ordeztuz egingo dira. Mugatze-koefizientea zenbat eta handiagoa izan, orduan eta fidagarriagoa izango da aurresana.
- Ingelesez *drift method* deitzen dena ere bada, joera konstanteko serieetarako erabiltzen dena. Horren arabera, aldiro gehitzen den joera-osagaia honela kalkulatzen da, guztiz intuitiboa den batez besteko sinple baten bitartez:

  $$\overline{\Delta y_t} = \frac{y_t - y_1}{t-1}$$

  Hortik, $t+h$ aldirako aurresana honela kalkulatzen da: $\hat{y}_{t+h} = y_t + h \times \overline{\Delta y_t}$.
- Leunketa esponentzialen multzoan, bada leunketa esponentzial bikoitza deitzen den metodoa, α parametroaz gainera, beste β parametro bat barnehartzen duena, baina ez dugu ikastaro honetan ikasiko, eta existitzen dela jakiteko bakarrik aipatzen dugu.

Deba den, nabarmendu behar da aurreko metodo horiek joera soilik duten serieetarako bakarrik erabil daitezkeela, ziklo eta urtarokotasun garbirik gabe.

11.7 Denbora osagaien bereizketa

Denbora osagaien bereizketa joera (J), zikloa (Z), urtarokotasuna (U) eta hondarra (H) bakandu eta kuantifikatzea helburu duen teknika da. Hala ere, ziklorik ez dagoela suposatuko dugu guk ikasgai honetan. Urtez urte urtebete baino aldi laburragoetan (hilabeteetan, hiruhilekoetan, ...) banaturik dauden denbora-serieetarako erabiltzen da batik bat.

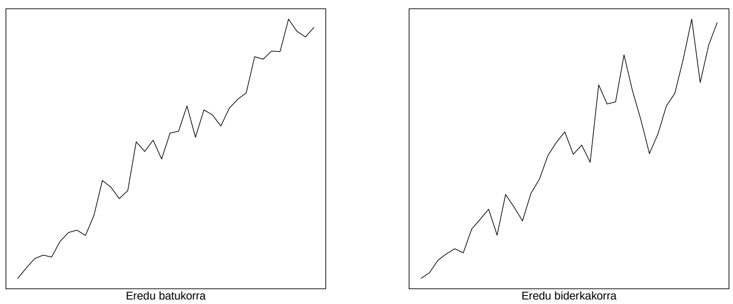
Formato estandar bat jarraitzeagatik, hitzarmenez urteak errenkadetan eta urtesasoiak zutabeetan agertzen dituen taula batean ezarriko dira datuak, kalkuluak egiten hasi baino lehen.

11.7.1 Eredu batukorra eta eredu biderkakorra

Bereizketa abiarazi aurretik, osagaiak nola dauden loturik erabaki behar da. Funtsean, bi eredu daude aukeran:

- **eredu batukorra**, non denbora seriea (S) eta osagaiak honela lotzen diren: $S = J + U + H$;
- **eredu biderkakorra**, non denbora seriea (S) eta osagaiak honela lotzen diren: $S = J \times U \times H$.

Denbora-serieari dagokion eredu egokiena atzemateko, aski izan daiteke denbora-seriearen irudikapen grafikoari begiratzea. Serieko gorabeherak neurri beretsukoak direnean, eredu batukorra izango ziur aski egokiena, gorabeheren neurri konstante hori seriearen joerari *batu* egiten zaiolako. Aldiz, serieko gorabeherak, joera gorakor batekin, gero eta handiagoak direnean, eredu biderkakorraren alde egin behar da, gorabeherak joerarekin batera *bidertu* egiten direlako.



Irudia 11.4: **Eredu batukorra**: gorabeheren neurria berdintsua da, joera osoan zehar. **Eredu biderkakorra**: gorabeherak gero eta handiagoak dira, joerarekin batera.

Eredu-mota erabakitzeko beste irizpide bat urtekako batezbesteko artiemtikoak eta desbideratze estandarrak kalkulatzean datza. Batezbestekoak eta desbideratzeak kartesiar diagrama batean ezartzen dira: puntuek goranzko edo beheranzko joera konstantea jarraitzen badute, eredu biderkakorra hautatu behar da. Puntuek joerarik gabe, nahasian, banatzen badira, eredu batukorra da egokiena.

11.7.2 Osagaien bereizketa eredu batukorrean

Hasierako taulak denbora-seriea jatorrian adierazten duenez, $J + U + H$ balioek osatua izango da. Osagaien bereizketarako pausoak zehazten dira ondoren:

1. Urtean zenbat urtesasoi dauden, halako tamainako batezbesteko higikorrak kalkulatuko dira, *erdikoaren parean* metodoarekin, urtarokotasuna ezabatzeko (adibidez, hiruhileko datuak badira, 4 tamainakoak, urtean 4 hiruhileko daudelako). Batezbesteko horrekin, hondarra ere ezabatu egiten da. Eskuratzen den taulak J joera adierazten du, beraz.

2. Denbora seriearen taula $(J + U + H)$ *ken* aurrekoa (J), urtarokotasunik gabekoa, egiten bada, $U + H$ bakantzen dugu. $U + H$ taulak zenbait balio agertuko ditu urtesasoi bakoitzeko. Hortik, urtesasoiko batezbestekoak kalkulatuko dira, U bakandu, alegia urtesasoi bakoitzean aldagaia zenbat igo edo jaisten den, neurri absolutuan ereduan batukorrean gaudenez, eskuratzeko. Urtarokotasun-koefiziente horien batura 0 izan behar da gutxi gorabehera, urtesasoi batean jaisten dena, beste batean igo egiten delako.

3. H osagaia bakantzeko, $U + H$ taulako balioei dagokien U balioa *kendu* egiten zaie.

11.7.3 Osagaien bereizketa eredu biderkakorrean

Hasierako taula $J \times U \times H$ balioek osatua da.

1. Urtean zenbat urtesasoi dauden, halako tamainako batezbesteko higikorrak kalkulatuko dira, *erdikoaren parean* metodoarekin, urtarokotasuna ezabatzeko, eredu batukorrean bezalaxe, J eskuratzeko.

2. Denbora seriearen taula ($J \times U \times H$) ken aurrekoa (J), urtarokotasunik gabekoa, egiten bada, $U \times H$ geratzen da. $U \times H$ taulan zutabeko batezbestekoak kalkulatuko dira, hondarra ezabatu eta U bakantzeko. Urtarokotasun-koefiziente horiek igoera/jaitsiera portzentuala adierazten dute, eta horien batura bat dator urtesasoi-kopuruarekin, urtesasoi batean jaisten dena, beste batean igo egiten delako.

3. H osagaia bakantzeko, $U \times H$ taulako balioak dagokien U balioarekin *zatitu* egiten dira.

11.7.4 Desestazionalizazioa

Izozki-denda batean 614 izozki saldu ziren abenduan eta 2622 abuztuan. Noiz saldu ziren izozki gehien? Erantzun erraza abuztuan esatea da. Baina eragozpenik badu: abuztuan, *berez* saltzen dira izozki gehiago, urtarokotasunaren efektuagatik. Erantzun zuzena emateko, urtarokotasunaren efektua ezabatu beharko genuke, salmentak *desestazionalizatu*, alegia.

Denbora-serie balio historikoak desestazionalizatzeko,

- **eredu batukorrean**, balio historikoei dagokien U urtarokotasun-koefizientea *kendu* egin behar zaie;
- **eredu biderkakorrean**, balio historikoak dagokien U urtarokotasun-koefizientearekin *zatitu* behar dira.

11.7.5 Aurresanak urtarokotasuna duten serieetan

Aurresanak egiteko urtarokotasuna duten serieetan, serie historikoa desestazionalizatu behar da lehenbizi eta aurresanak serie desestazionalizatu horretan egin:

- leunketa esponentzialaz, serieak joerarik ez badu;
- karratu txikienen erregresioz edo *drift* metodoaz, serieak joera badu.

Azkenik, aurresan horretan urtarokotasuna kontuan hartzeko, dagokion urtarokotasun osagaia gehitu edo bidertu egin beharko da, garatutako ereduaren arabera.

11.8 Ariketak

1. Sektore ekonomiko batean lan egiten zuten pertsonen kopuruari buruzko datuak dira hileko honako hauek, 2004 urteko maiatzetik hasita:

$$12, 14, 16, 13, 19, 17, 16, 20, 18, 19, 20, 21, 18, 20, 22$$
$$24, 26, 23, 27, 29, 30, 34, 28, 32, 31, 30, 29, 30, 33$$

   3, 6 eta 9 tamainako batezbesteko higikorrak kalkulatu, balioak azkenekoaren parean jarriz, eta diagrama batean irudikatu behar dira, serie historikoarekin batera. Diagrama interpreta ezazu. 3 eta 6 tamainakoak balioak erdikoaren parean jarriz ere eman behar dira. Zein da aurrekoekiko diferentzia?

2. Jantzi denda batean izandako salmentak jaso dira hiruhileko batzuetan zehar, 2004 urtetik hasita:

$$67, 46, 72, 44, 70, 50, 72, 43, 69, 48, 66, 51, 74, 55, 64, 48, 67, 50$$

   2 eta 4 tamainako batezbesteko higikorrak kalkulatu eta serie historikoarekin batera diagrama batean irudikatu behar dira. Diagrama interpreta ezazu.

3. Denda batean izandako salmentak jasotzen dira ondoren, hiruhilekoz hiruhileko, 2002 urteko lehenengo hiruhilekotik hasita:

$$21, 26, 30, 18, 22, 28, 31, 19, 21, 29, 32, 18, 23, 25, 32, 20$$

   Urtarokotasuna identifikatu denbora serieko datuetan eta horiei dagokien diagraman eta ezabatu batezbesteko higikor egoki baten bitartez. Goranzko joerarik ba al dago?

4. Sektore bateko lanpostuen kopuruaren bilakaerari buruzko datuak agertzen dira ondoren, 1990 urtetik hasita eta seihileko datuak harturik:

$$13, 22, 18, 29, 21, 33, 16, 25, 20, 32, 24, 38, 11, 29, 22, 33, 25, 40, 19, 30, 21, 34, 26, 38$$

   Denbora seriea grafikoki irudikatu eta identifikatu joera, urtarokotasun, ziklo eta hondar osagaiak, horretarako batezbesteko higikor egokiak kalkulatuz.

5. 2012ko ekainean hasitako hileko denbora serie hau aztertu behar da:

$$12, 14, 11, 15, 13, 18, 12, 10, 17$$

   (a) $\alpha = 0.7$ parametroa harturik, burutu ezazu leunketa esponentziala, aurresanak ere zehaztuz, serierako nahiz hurrengo 3 aldietarako.

   (b) Berdin egin ezazu $\alpha = 0.2$ parametroa harturik.

   (c) Zein parametro-baliorekin leuntzen da gehien?

   (d) Zein da 18 balioko gertaera apartekoaren eragina leunketan aurreko bi kasuetan?

   (e) Zein da aurreko bietatik α parametro egokiena?

   (f) Kalkulatu aurresanak $\alpha = 0.7$ kasuan, era laburtuan, leunketa balioetatik pasa gabe.

   (g) Azken leunketa balioa atzerako balio guztien batezbesteko haztatu moduan adierazi.

   (h) Iraganeko balioei azken leunketan ematen zaizkien haztapenak kalkula itzazu, $\alpha = 0.7$ eta $\alpha = 0.2$ balioetarako, eta emaitzak interpretatu.

6. 2001-2009 bitarteko salmenten serie historikoa dugu:

$$12, 14, 17, 18, 23, 25, 29, 30, 32$$

   (a) Zein leunketa-mota litzateke egokiena salmentak aurresateko?

   (b) Drift metodoa baliatuz, hurrengo lau aldietarako aurresanak eman.

   (c) Karratu txikienen erregresioa baliatuz, hurrengo lau aldietarako aurresanak eman. Nahikoa al da R^2 handia aurresan horien fidagarritasuna baieztatzeko?

7. Lauhilabete batzuetan zehar denda bateko salmentak jaso dira:

	Urtea			
Lauhilekoa	2006	2007	2008	2009
I	26	36	40	42
II	32	44	46	46
III	22	34	34	40

   (a) Denbora seriearen osagaien bereizketa burutu behar da.

   (b) Salmentei urtarokotasuna ezabatu behar zaie.

   (c) Hurrengo urterako aurresanak egin, serieak joera edukiko balu *drift* metodoa erabiliz.

8. Hiruhilabete batzuetan zehar denda bateko salmentak jaso dira:

	Urtea		
Hiruhilekoa	2007	2008	2009
I	12	18	22
II	18	27	35
III	36	50	60
IV	26	35	42

   (a) Denbora seriearen osagaien bereizketa burutu behar da.

   (b) Salmentei urtarokotasuna ezabatu behar zaie.

   (c) Hurrengo urterako aurresanak egin, serieak joera edukiko balu karratu txikienen erregresioa erabiliz.

9. Jatetxe batek ostegunetik larunbatera zabaltzen ditu bere ateak. Maiatzeko lau astetan zehar hau izan zen fakturazioaren bilakaera:

Osteguna	Ostirala	Larunbata
234	321	432
265	333	419
245	356	451
267	341	442

   (a) Denbora seriearen osagaien bereizketa burutu behar da.

   (b) Azken asteko zein egunetan fakturatu zen gehien astegunaren efektua ezabatu ondoren?

   (c) Nola egingo zenituzke 5. asterako aurresanak?

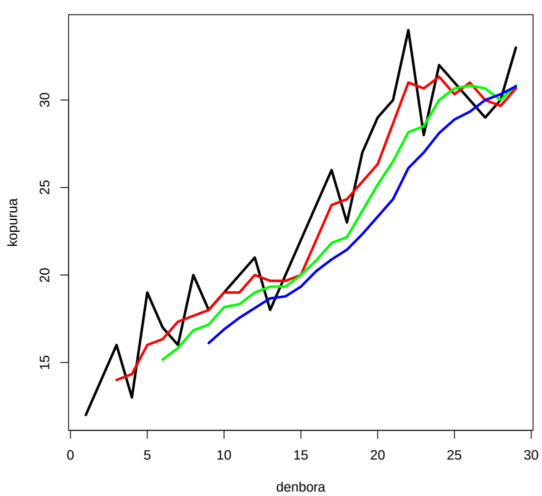
(1) ariketa

Lehen metodoa (bukaeran).

t	y_t	BH_3	BH_6	BH_9
1	12			
2	14			
3	16			
4	13			
5	19			
6	17			
7	16			
8	20			
9	18			
10	19			
11	20			
12	21			
13	18			
14	20			
15	22			
16	24			
17	26			
18	23			
19	27			
20	29			
21	30			
22	34			
23	28			
24	32			
25	31			
26	30			
27	29			
28	30			
29	33			

Bigarren metodoa (erdian).

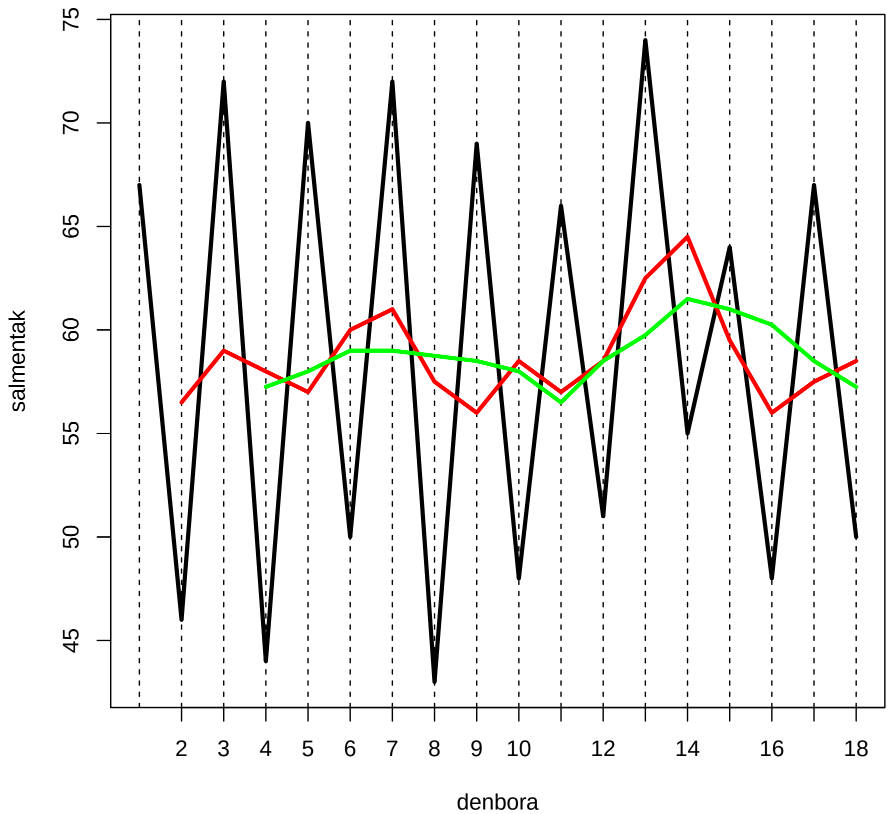
t	y_t	BH_3	BH_6
1	12		
2	14		
3	16		
4	13		
5	19		
6	17		
7	16		
8	20		
9	18		
10	19		
11	20		
12	21		
13	18		
14	20		
15	22		
16	24		
17	26		
18	23		
19	27		
20	29		
21	30		
22	34		
23	28		
24	32		
25	31		
26	30		
27	29		
28	30		
29	33		



(2) ariketa

Lehen metodoa (bukaeran).

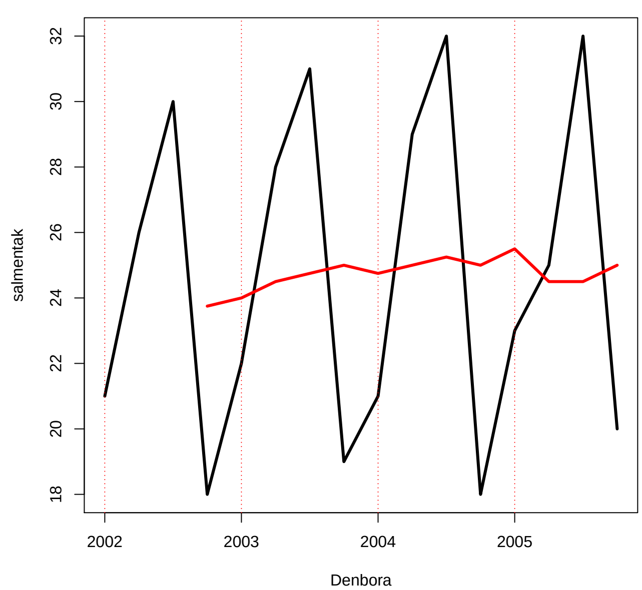
t	y_t	BH_2	BH_4
1	67		
2	46		
3	72		
4	44		
5	70		
6	50		
7	72		
8	43		
9	69		
10	48		
11	66		
12	51		
13	74		
14	55		
15	64		
16	48		
17	67		
18	50		



(3) ariketa

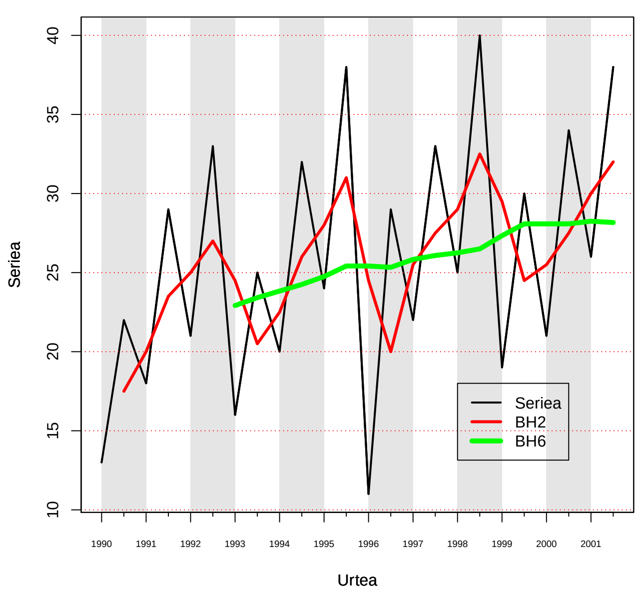
Lehen metodoa (bukaeran).

t	y_t	
1	21	
2	26	
3	30	
4	18	
5	22	
6	28	
7	31	
8	19	
9	21	
10	29	
11	32	
12	18	
13	23	
14	25	
15	32	
16	20	



(4) ariketa

t	y_t	BH_2	BH_6
1	13		
2	22		
3	18		
4	29		
5	21		
6	33		
7	16		
8	25		
9	20		
10	32		
11	24		
12	38		
13	11		
14	29		
15	22		
16	33		
17	25		
18	40		
19	19		
20	30		
21	21		
22	34		
23	26		
24	38		



(5) ariketa

t	y_t	$LE_t(\alpha = 0.7)$	$\hat{y}_t$	$(y_t - \hat{y}_t)^2$	
1	12				
2	14				
3	11				
4	15				
5	13				
6	18				
7	12				
8	10				
9	17				$SSE =$
10					
11					
12					

t	y_t	$LE_t(\alpha = 0.2)$	$\hat{y}_t$	$(y_t - \hat{y}_t)^2$	
1	12				
2	14				
3	11				
4	15				
5	13				
6	18				
7	12				
8	10				
9	17				$SSE =$
10					
11					
12					

t	y_t	$\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1})$
1	12	
2	14	
3	11	
4	15	
5	13	
6	18	
7	12	
8	10	
9	17	

(g) $LE_9(\alpha = 0.7) =$

Haztapenak	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.2$
α		
$\alpha(1-\alpha)$		
$\alpha(1-\alpha)^2$		
$\alpha(1-\alpha)^3$		
$\alpha(1-\alpha)^4$		
$\alpha(1-\alpha)^5$		
$\alpha(1-\alpha)^6$		
$\alpha(1-\alpha)^7$		
$\alpha(1-\alpha)^8$		

(6) ariketa

(a)

(b)

- $\overline{\Delta y_t} =$
- $\hat{y}_{2010} = 32+$
- $\hat{y}_{2011} = 32+$
- $\hat{y}_{2012} = 32+$
- $\hat{y}_{2010} = 32+$

(c)

x	y	xy	x^2
	12		
	14		
	17		
	18		
	23		
	25		
	29		
	30		
	32		

- $\overline{x} =$
- $\overline{y} =$
- $s_{xy} =$
- $s_x^2 =$
- $b = \dfrac{s_{xy}}{s_x^2} =$
- $a = \overline{y} - b\overline{x} =$

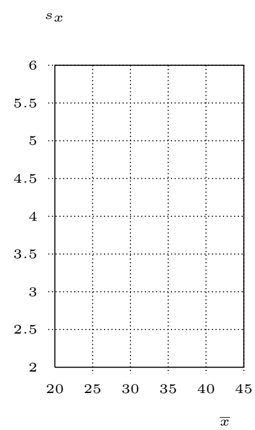
Aurresanak:

-
-
-
-

(7) ariketa (a)

- $\overline{x}_{2006} =$
- $\overline{x}_{2007} =$
- $\overline{x}_{2008} =$
- $\overline{x}_{2009} =$

- $s_{x2006} =$
- $s_{x2007} =$
- $s_{x2008} =$
- $s_{x2009} =$



		Lauhilekoa		
		I	II	III
Urtea	2006			
	2007			
	2008			
	2009			

		Lauhilekoa		
		I	II	III
Urtea	2006			
	2007			
	2008			
	2009			

		Lauhilekoa		
		I	II	III
Urtea	2006			
	2007			
	2008			
	2009			
Urtarokotasuna				

		Lauhilekoa		
		I	II	III
Urtea	2006			
	2007			
	2008			
	2009			

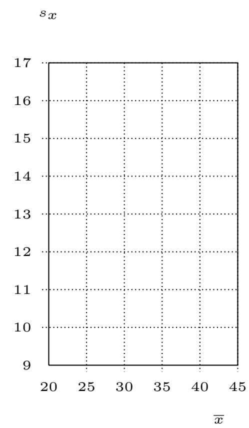
(b)

		Lauhilekoa		
		I	II	III
Urtea	2006			
	2007			
	2008			
	2009			

(8) ariketa (a)

- $\overline{x}_{2007} =$
- $\overline{x}_{2008} =$
- $\overline{x}_{2009} =$

- $s_{x2007} =$
- $s_{x2008} =$
- $s_{x2009} =$



		Hiruhilekoa			
		I	II	III	IV
Urtea	2007				
	2008				
	2009				

		Hiruhilekoa			
		I	II	III	IV
Urtea	2007				
	2008				
	2009				

		Hiruhilekoa			
		I	II	III	IV
Urtea	2007				
	2008				
	2009				
Urtarokotasuna					

		Hiruhilekoa			
		I	II	III	IV
Urtea	2007				
	2008				
	2009				

(b)

		Hiruhilekoa			
		I	II	III	IV
Urtea	2007				
	2008				
	2009				

(c)

x	y	xy	x^2
0			0
1			1
2			4
3			9
4			16
5			25
6			36
7			49
8			64
9			81
10			100
11			121
66			506

- $\overline{x} =$
- $\overline{y} =$
- $s_{xy} =$
- $s_x^2 =$
- $b = \dfrac{s_{xy}}{s_x^2} =$
- $a = \overline{y} - b\overline{x} =$

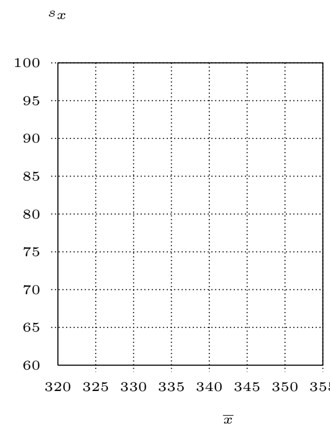
Aurresanak 2010 urterako:

- $\hat{y}_{2010/I} =$
- $\hat{y}_{2010/II} =$
- $\hat{y}_{2010/III} =$
- $\hat{y}_{2010/IV} =$

(9) ariketa (a)

- $\overline{x}_{1.\ astea} =$
- $\overline{x}_{2.\ astea} =$
- $\overline{x}_{3.\ astea} =$
- $\overline{x}_{4.\ astea} =$

- $s_{1.\ astea} =$
- $s_{2.\ astea} =$
- $s_{3.\ astea} =$
- $s_{4.\ astea} =$



		Eguna		
		Osteguna	Ostirala	Larunbata
Astea	1. astea			
	2. astea			
	3. astea			
	4. astea			

		Eguna		
		Osteguna	Ostirala	Larunbata
Astea	1. astea			
	2. astea			
	3. astea			
	4. astea			

		Eguna		
		Osteguna	Ostirala	Larunbata
Astea	1. astea			
	2. astea			
	3. astea			
	4. astea			
Urtarokotasuna				

		Eguna		
		Osteguna	Ostirala	Larunbata
Astea	1. astea			
	2. astea			
	3. astea			
	4. astea			

(b)

		Eguna		
		Osteguna	Ostirala	Larunbata
Astea	1. astea			
	2. astea			
	3. astea			
	4. astea			

(c)

y_t (desestazionalizatuta)	$\hat{y}_t = \hat{y}_{t-1} + \alpha(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1})$	U erantsi
5. asteko osteguna		
5. asteko ostirala		
5. asteko larunbata		