GIZAPEDIA
gizapedia.hirusta.io

KONFIANTZA-TARTEAK

Ariketak eta ebazpenak

Josemari Sarasola, 2017

1 Kontzeptua: puntu-zenbatespenak eta tarte-zenbatespenak

2 Batezbestekorako t konfiantza-tartea

2.1 Eraketa

2.2 Konfiantzaren eragina

2.3 Lagin-tamainaren eragina

2.4 Desbideratzearen eragina

2.5 Tarte ez-simetrikoak

2.6 Lagin-tamaina handiak ($n > 30$)

3 Proportzio baterako konfiantza-tartea

3.1 Eraketa

3.2 Konfiantzaren eta lagin-tamainaren eragina

3.3 Tarte-ez simetrikoak

3.4 Lagin-tamainaren kalkulua

ARIKETAK: ENUNTZIATU SOILAK

Populazio-batezbestekoari buruzko konfiantza-tarteak

1. Autobus batek ibilbide bat egiteko behar duen denbora jaso da zenbait bidaietan zehar (minututan):

$$12 - 11 - 13 - 16 - 18 - 20 - 10 - 14$$

   Denbora hauek banakuntza normalaren araberakoak direla suposatu da, balidazio fasean frogatzearen erreserbapean.

   (a) Batezbestekoa eta desbideratze estandarra zenbatetsi. Zenbatespen onak al dira?

   (b) Populazio-batezbestekoaren %90eko konfiantza-tartea eratu behar da

   (c) Idem, %99ko konfiantzaz.

2. Eguneko salmentak jaso dira 10 astelehenetan zehar denda batean. Batezbestekoa 282 eta desbideratze estandar zuzendua 32 euro suertatu dira. Populazioa normala dela uste da.

   (a) Zergatik uste duzu asteleheneko salmentak soilik aztertzen direla?

   (b) Populazio-batezbestekoaren %95eko konfiantza-tartea eratu behar da.

   (c) Emaitzak 10 daturekin ez, baizik eta 20rekin eskuratu izan balira, nolakoa izango zen tartea? Interpreta ezazu emaitza.

   (d) Eta desbideratzea (10 daturekin) 44 suertatu izan balitz? Interpreta ezazu emaitza.

3. Makina batek ekoizten duen pieza kopurua jaso da ordu zenbaitetan:

$$56 - 44 - 48 - 52 - 60$$

   (a) Banakuntza normala suposatuz, %90eko konfiantza-tarte simetrikoa eratu populazio-batezbestekoari buruz.

   (b) Makinaren saltzaileak eratuko lukeen %90eko tartea kalkula ezazu.

   (c) Ekoizpen-zuzendariak eratuko lukeen %95eko tartea kalkula ezazu.

4. Populazio-normal batetik 86 unitateko lagina erauzi eta lagin batezbestekoaren emaitza 144 unitatekoa izan da. Lagin-bariantza 121 suertatu da. %98ko konfiantza-tarte simetrikoa eratu behar da.

5. 10 egunetako ekoizpenak (kilotan) jaso dira zoriz. Emaitza hauek eskuratu dira:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 108 \; ; \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1234$$

   (a) Populazio batezbestekorako puntu-zenbatespena eman eta %99ko konfiantza-tarte simetrikoa eratu.

   (b) Baiezta al daiteke %90eko konfiantzaz eguneko batez besteko ekoizpena 10 baino handiagoa izan zela?

Proportzioari buruzko konfiantza-tarteak

6. 1000 piezatik 120 pieza akastun suertatu dira.

   (a) Akastunen populazio-proportzioari buruzko %90 eta %99ko tarteak osatu behar dira.

   (b) Nola aldatzen da %90eko tartea 10.000 piezatik 1200 akastun suertatu badira? Zergatik?

7. 256 piezatik 16 akastun suertatu dira makina batean.

   (a) Zenbateko errorea dago populazio-proportzioaren zenbatespenean %80ko konfiantzaz?

   (b) Nolako tartea eratuko luke makinaren saltzaileak konfiantza berdinarekin?

   (c) Eta bezeroak saltzaileari erreklamazioa aurkezterakoan?

8. Substantzia baten edukia jaso da enpresa batean ekoizten den produktu bateko zenbait lotetan (mg/litro):

   22.0 – 17.7 – 23.0 – 22.7 – 21.5 – 20.6 – 16.2 – 28.7 – 27.4 – 15.6 – 28.4 – 20.1 – 17.1 – 19.5 – 18.6
   24.0 – 22.6 – 22.9 – 24.5 – 25.4 – 24.4 – 20.7 – 14.6 – 18.3 – 23.6 – 20.5 – 24.8 – 22.9 – 23.4 – 25.2
   24.6 – 24.4 – 26.0 – 26.8 – 21.2 – 13.4 – 20.2 – 17.4 – 25.4 – 23.6

   Lotean edukia 25.5 mm/litro-tik gorakoa denean, baztertu egiten da.

   (a) Baztertzen diren loteen zenbatespen bat egin eta dagokion errorearen neurria %96ko konfiantzaz. Ondoriozko tarte simetrikoa osatu eta interpretatu.

   (b) Kalitate oneko loteak ekoizten direla frogatze aldera konfiantza berdinarekin eratu beharreko tartea eman ezazu.

9. Hauteskunde batean X alderdiari botoa emango diotenen proportzioa zenbatetsi nahi da %90eko konfiantzaz, ±%2-ko erroreaz.

   (a) Zenbat pertsonari galdetu behar zaio horretarako? Lagin-tamaina handiena kalkulatu, ezkortasunez.

   (b) Nola aldatzen da lagin-tamaina errorea ±%1-era aldatzen bada? Lagin-tamaina handiena kalkulatu, ezkortasunez.

   (c) %1eko errorearen kasuan X alderdiari botoa emango dioten pertsonak 2000 badira azkenik, osatu dagokion konfiantza-tartea.

10. Zenbat pieza aztertu behar dira akastunen populazio proportzioa gehienezko %4ko errore batez zenbatesteko %99ko konfiantzaz, aurrez lagin piloto batean 100 piezetatik 22 akastun suertatu badira? Eta konfiantza %90 izatea nahi bada?

1 Kontzeptua: puntu-zenbatespenak eta tarte-zenbatespenak

Zenbatesle baten formula aplikatu egiten denean, balio zehatz eta soil bat eskuratzen da: parametroaren puntu-zenbatespena da. Adibidez, datuak 2-4-6 izanik:

$$\hat{\mu} = \overline{x} = \frac{2+4+6}{3} = 4$$

Zenbatespen edo estimazio horrek ez du horretan dagoen errorearen neurririk ematen. Horretarako, tarte-zenbatespena edo konfiantza-tartea egin behar da. Adibidez,

$$KT_{\mu}^{0.9} : 4 \pm 1$$

Hots, populazio-batezbestekoa 4 ± 1 tartean, 3-5 tartean alegia, dagoela zenbatesten dugu %90eko konfiantzaz.

Konfiantzari orokorrean $1-\alpha$ deitzen zaio, eta $\theta \pm \epsilon$ tartean, ϵ errorea da. Aurreko adibidea, errorea 1 da, eta konfiantza-maila %90.

2 Batezbestekorako t konfiantza-tartea

2.1 Tarte simetrikoaren eraketa

$$t = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1}$$

$$P\left[-t_{\alpha/2} < \frac{\overline{x}-\mu}{\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}} < t_{\alpha/2} \right] = P\left[-t_{\alpha/2}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} < \overline{x}-\mu < t_{\alpha/2}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \right] = P\left[\overline{x} - t_{\alpha/2}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{x} + t_{\alpha/2}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \right] = 1-\alpha$$

$$KT_{\mu}^{1-\alpha} : \overline{x} \pm t_{\alpha/2}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$$

$t_{\alpha/2}$ t banakuntza batean gainetik $\alpha/2$-ko probabilitatea uzten duen balioa da.

1. ariketa

(a) atala

Populazio-batezbestekoaren zenbatesle egokiena $\overline{x}$ da, eta populazio-desbideratzearena $\hat{s}$:

$$\hat{\mu} = \overline{x} = \frac{12+11+13+16+18+20+10+14}{8} = 14.25$$

$$\hat{\sigma} = \hat{s} = \sqrt{\frac{(12-14.25)^2 + (11-14.25)^2 + \cdots + (14-14.25)^2}{8-1}} = 3.5$$

Ez dira guztiz zenbatespen zehatzak, euren errorearen neurririk ematen ez delako. Horretarako, haiei buruzko konfiantza-tarteak eratu beharko lirateke.

(b) atala

Tarte simetrikoa eratzeko %5 utzi beharko mutur bakoitzean. Beraz, goiko muturretik behera %95eko probabilitatea egon behar da erreferentziazko lagin-banakuntzan. 8-1=7 askatasun-mailako t banakuntza batean azpitik %95eko probabilitatea uzten duen balioa 3.5 denez, tartea %90eko konfiantzazkoa honela geratzen da:

$$\mu : 14.25 \pm 1.9 \times \frac{3.5}{\sqrt{8}} : 14.25 \pm 2.35$$

$$11.9 < \mu < 16.6$$

%90eko konfiantzaz populazio-batezbestekoa 11.9-16.6 tartean dago, beraz.

2.2 Konfiantza-mailaren eragina

(c) atala

Eskatutako konfiantza-miala aldatzen bada, aldatzen den bakarra t balioa izango da. Orain, azpitik 0.995eko probabilitatea utzi beharko denez, t balioa 3.5 da. Eta tartea honela geratzen da:

$$\mu : 14.25 \pm 3.5 \times \frac{3.5}{\sqrt{8}} : 14.25 \pm 4.33$$
$$9.92 < \mu < 18.58$$

Konfiantza handiago baterako, tartearen mugak zabaldu egin behar eta horregatik suertatzen da tarte zabalagoa.

2.3 Lagin-tamainaren eragina

2. ariketa

(a) atala

Asteleheneko salmentak soilik homogeneotasunagatik hartzen dira, beste astegunetako salmentek ezaugarri ezberdinak dituztela pentsatzen delako.

(b) atala

Konfiantza-maila %95ekoa izanik, azpitik 0.975eko probabilitatea uzten duen balioa bilatu behar da: $t_{10-1,0.975} = 2.26$. Eta hortik hau izango da tartea:

$$\mu : 282 \pm 2.26 \times \frac{32}{\sqrt{10}} : 282 \pm 22.87$$
$$259.13 < \mu < 304.87$$

(c) atala

n aldatzean, t balioa ere aldatu egiten da: $t_{20-1,0.975} = 2.09$. Tartea honela geratzen da:

$$\mu : 282 \pm 2.09 \times \frac{32}{\sqrt{20}} : 282 \pm 14.95$$

10 daturekin baino tarte estuagoa, eta beraz zehatzagoa, suertatzen da, datu gehiago izatean, informazio handiagoa baitaukagu.

2.4 Desbideratzearen eragina

(d) atala

$$\mu : 282 \pm 2.26 \times \frac{44}{\sqrt{10}} : 282 \pm 31.44$$

Tarte zabalagoa suertatzen da; izan ere, desbideratze handiagorekin, datuek gorabeherak handiagoak dituzte eta horrek ziurgabetasun handiagoa dakar.

2.5 Tarte ez simetrikoak

3. ariketa

(a) atala

Eman ditzagun lagin-batezbestekoa eta desbideratze zuzendua:

$$\hat{\mu} = \overline{x} = \frac{56 + 44 + 48 + 52 + 60}{5} = 52$$
$$\hat{\sigma} = \hat{s} = \sqrt{\frac{(56-52)^2 + (44-52)^2 + (48-52)^2 + (52-52)^2 + (60-52)^2}{5-1}} = 6.32$$

Tarte simetrikoa bilatzen denez, $1-\alpha = 0.9$ konfiantza-maila baterako, azpitik 0.95eko probabilitatea uzten duen t balioa bilatu behar da, 5-1=4 askatasun-maila izanik: $t_{5-1,0.05} = 2.13$. Eta horrekin hau izango da tartea:

$$\mu : 52 \pm 2.13 \times \frac{6.32}{\sqrt{5}} : 52 \pm 6.02$$

(b) atala

Makinaren saltzaileak makinak *asko* ekoizten duela adierazi nahi du eta beraz $\mu > \mu_0$ motako tartea eratu nahi du:

$$\mu > \overline{x} - t_{n-1,\alpha}\frac{\hat{s}}{n}$$

Oraingoan, azpitik konfiantza-maila osoari dagokion probabilitatea, 0.9 alegia, utzi behar da azpitik t balioa bilatzeko, tarte asimetrikoa delako:

$$t_{5-1,0.1} = 1.53$$

Eta tartea honela geratzen da:

$$\mu > 52 - 1.53\frac{6.32}{5} \rightarrow \mu > 47.68$$

Saltzaileak orduko ekoizpena 47.68 baino handiagoa dela ziurta dezake %90eko konfiantzaz.

(c) atala

Ekoizpen-zuznedariak makinak *gutxi* ekoizten duela adierazi nahi du, helburuak zehaztean tailerrean estresik gabe aritzeko, eta beraz $\mu < \mu_0$ motako tartea eratu nahi du:

$$\mu < \overline{x} + t_{n-1,\alpha}\frac{\hat{s}}{n}$$

Azpitik konfiantza-maila osoari dagokion probabilitatea, 0.95 alegia, utzi behar da azpitik t balioa bilatzeko:

$$t_{5-1,0.05} = 2.13$$

Eta tartea honela geratzen da:

$$\mu < 52 + 2.13\frac{6.32}{5} \rightarrow \mu < 58.02$$

Ekoizpen-zuzendariak orduko ekoizpena 58.02 baino txikiagoa dela ziurta dezake %95eko konfiantzaz.

2.6 Lagin-tamaina handiak ($n > 30$)

4. ariketa

Lagin tamaina 30 baino handiagoa denez, Studenten t banakuntzaren hurbilketa moduan banakuntza normal estandarra erabil daiteke, kalkuluak taulekin burutu ahal izateko:

$$\mu \in \left[\overline{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\right] \sim \left[\overline{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\right]$$

Konfiantza %98 izanik eta tarte simetrikoa bilatzen denez, $N(0,1)$ banakuntza normal estandarrean azpitik %99ko probabilitatea uzten duen balioa bilatu behar da:

$$z_{0.01} = 2.32$$

Beraz, tartea honela kalkulatuko da:

$$\mu \in \left[\overline{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}\right] : 144 \pm 2.32\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{86}} : 144 \pm 2.75$$

Beraz, 144 unitateko zenbatespenean, 2.75 unitateko gehienezko errorea dago %98ko konfiantzaz. Beste era batera esanda, populazio-batezbestekoa 141.25-146.75 tartean dago %98ko konfiantzaz.

2.7 Errepasoa

5. ariketa

(a) atala

Puntu-zenbatespen egokiena lagin-batezbestekoak ematen digu:

$$\hat{\mu} = \overline{x} = \frac{108}{10} = 10.8$$

Populazio normala dela suposatuz (hori a posteriori egiaztatu beharko genuke datuak harturik balidaziorako khi-karratu froga baten bitartez), konfiantza-tartea eratzeko, desbideratze zuzendua behar dugu:

$$s^2 = \frac{1234}{10} - 10.8^2 = 6.76 \rightarrow \hat{s}^2 = \frac{10}{9} \times 6.76 = 7.51 \rightarrow \hat{s} = 2.74$$

Eta tartea honela eratzen da, $t_{(10-1,0.005)=3.25}$ dela jakinik:

$$10.8 \pm 3.25 \times \frac{2.74}{\sqrt{10}}$$

(b) atala

Galdera erantzuteko $\mu > \mu_0$ tartea eratuko dugu, galderako konfiantza-mailarako. Gainetik t_{10-1} batean %10eko probabilitatea uzten duen balioa 1.38 dela jakinik:

$$\mu > 10.8 - 1.38 \times \frac{2.74}{\sqrt{10}} = 9.60$$

%90eko konfiantzaz baiezta daiteke populazio batezbestekoa 9.60 baino handiagoa dela. Beraz, 10 baino handiagoa konfiantza txikiagorekin izango da. Beraz, galderan adierazten dena ezin da baieztatu eskatutako konfiantza-mailarekin. Baieztapen hori egiteko tartearen muga 9.6 ordez 10 baino handiagoa suertatu behar zen.

3 Proportzio baterako konfiantza-tartea

3.1 Eraketa

$$\hat{p} \sim N\Big(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\Big) \rightarrow \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$$

Konfiantza-mailari dagokion erdiko tartea zehaztuz banakuntza normal estandarrean:

$$P\left[-z_{\alpha/2} < \frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} < z_{\alpha/2}\right] = 1-\alpha \rightarrow P\left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}\right] = 1-\alpha$$

Eta hortik konfiantza-tarte simetriko hau suertatzen da:

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}$$

Baina p eta q ezagunak ez direnez, zenbatetsi egin behar ditugu:

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$z_{\alpha/2}$ $N(0,1$ banakuntza normal estandarrean gainetik $\alpha/2$-ko probabilitatea uzten duen balioa da.

3.2 Konfiantzaren eta lagin-tamainaren eragina

6. ariketa

(a) atala

%90eko konfiantza-maila baterako, azpitik %95eko probabilitatea uzten duen balio normal estandarra 1.64 da α bi muturretan banatzen delako. Beraz, tartea honela geratzen da:

$$\hat{p} = \frac{120}{1000} = 0.12 \rightarrow \hat{q} = 0.88$$

$$p : 0.12 \pm 1.64\sqrt{\frac{0.12 \times 0.88}{1000}} : 0.12 \pm 0.016$$

$$0.104 < p < 0.136$$

Beraz, akastunak orokorrean edo populazio osoan %10.4-%13.6 bitartean direla baiezta daiteke %90eko konfiantzaz.

Konfiantza-maila %99-koa izatea nahi bada, azpitik 0.995-eko probabilitatea (gainetik 0.005) uzten duen z balioa hartu behar da: $z_{0.005} = 2.57$.

Eta horrekin:

$$p : 0.12 \pm 2.57\sqrt{\frac{0.12 \times 0.88}{1000}} : 0.12 \pm 0.026$$

Konfiantza-maila handiagoa izateko, zabaldu behar dira tartearen mugak.

(b) atala

Lagin-tamaina eta akastun kopuru berriekin, lagin-proportzioa berdina da: $\hat{p} = \frac{1200}{10000} = 0.12$.

Baina orain datuak 10.000 dira:

$$p : 0.12 \pm 1.64\sqrt{\frac{0.12 \times 0.88}{10000}} : 0.12 \pm 0.0053$$

Askoz ere tarte estuagoa suertatzen da, datu gehiagorekin eta beraz informazio handiagoarekin, tartea areago zehazten baita.

3.3 Tarte ez simetrikoak

7. ariketa

(a) atala

Populazio-proportzioaren puntu-zenbatespena lagin proportzioak ematen digu:

$$\hat{p} = \frac{16}{256} = 0.0625 = \%6.25$$

Konfiantza maila %80 izanik, banakuntza normal estandarreko mutur bakoitzean %10 utzi behar dela gogoratuz:

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.27$$

Zenbatespen horretako errorea, %80ko konfiantzaz, honela kalkulatzen da:

$$z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} = 1.27 \times \sqrt{\frac{0.0625 \times 0.9375}{256}} = 0.019$$

Tartea honela osatuko litzateke:

$$0.0625 \pm 0.019$$

edo,

$$0.0435 - 0.0815$$

Hau da, %6.25eko zenbatespenean ±/%1.9-ko errorea egiten da %80ko konfiantzaz; beste era batera esanda, akastunen proportzioa %80ko konfiantzaz %4.35-%8.15 tartean dago.

(b) atala

Makinaren saltzaileak tarte hau osatuko luke, makinak akastun gutxi egiten dituela adieraztea bilatzen duelako:

$$p < \hat{p} + z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$p < 0.0625 + 0.84 \sqrt{\frac{0.0625 \times 0.9375}{256}}$$

$p < 0.0745$, %80ko konfiantzaz.

Hau da, akastunen populazio proportzioa %80 konfiantzaz %7.45 baino txikiagoa dela baiezta dezake.

(c) atala

Bezeroak tarte hau osatuko luke erreklamazioa egiteko, makinak akastun asko egiten dituela frogatzea komeni zaiolako:

$$p > \hat{p} - z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

$$p > 0.0625 - 0.84 \sqrt{\frac{0.0625 \times 0.9375}{256}}$$

$p > 0.0505$, %80ko konfiantzaz.

Hau da, akastunen populazio proportzioa %80 konfiantzaz %5.05 baino handiagoa dela baiezta dezake bezeroak.

8. ariketa

(a) atala

Kopuruak eman arren, problemak kopuru bat gainditzen duten loteen proportzioaz galdetzen du (kontuz horrekin, ez baita batezbestekoaren tarte bati buruz ari). Beraz, datu horietatik batezbestekoa eta desbideratzea ez baizik eta proportzio bat kalkulatu behar da, 25.5 mm gainditzen duten loteen proportzioa hain zuzen:

$$\hat{p} = \frac{5}{40} = 0.125$$

Hortik honela osatzen dugu tartea, azpitik 0.98ko probabilitatea (gogoratu konfiantza-maila 0.96 dela) uzten duen z balioa 1.75 dela jakinik:

$$p : 0.125 \pm 2.05 \sqrt{\frac{0.125 \times 0.875}{40}} : 0.12 \pm 0.107$$

$$0.013 < p < 0.227$$

Beraz, baztertzen diren loteak %1.3-%22.7 bitartean daude %96ko konfiantzaz.

(b) atala

Kalitate txarreko loteak dituela erakusteko $p > p_0$ motako tartea eratu behar da:

$$p < \hat{p} + z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$

Azpitik 0.96ko probabilitatea uzten duen z balioa (orain tarte asimetrikoa denez, bai utzi behar dugula dena azpitik) 1.75 da. Beraz,

$$p < 0.125 + 1.75 \times \sqrt{\frac{0.125 \times 0.875}{40}} : p < 0.216$$

%96ko konfiantzaz baiezta daiteke baztertzen diren loteak %21.6 baino gutxiago direla.

3.4 Lagin-tamainaren kalkulua

Ohikoa da lagina jaso aurretik konfiantza-maila eta ϵ errore jakin baterako beharreko lagin tamaina ezartzea. Konfiantza-tartearen adierazpen orokorretik abiatuz:

$$z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}=\epsilon$$

Horrela, errorea aldez aurretik kontrolatuta, jaso beharreko lagin tamainarako formula hau eratortzen da:

$$n=\frac{z^2_{\frac{\alpha}{2}}\cdot pq}{\epsilon^2}$$

Ezezagunak diren p eta q zehazteko bi irtenbide hauek proposatzen dira:

1. lagin tamaina handiena dakarten p eta q parametroak ematea, ezkortasunez, azkenean kasurik okerrenean behar baino lagin-tamaina txikiagoa jaso ez dezagun. Lagin tamaina handiena $p=q=0.5$ balioetarako gertatzen da eta orduan honela geratzen da lagin tamainarako formula:

$$n=\frac{z^2_{\frac{\alpha}{2}}\cdot 0,5\cdot 0.5}{\epsilon^2}=\frac{z^2_{\frac{\alpha}{2}}}{4\epsilon^2}$$

2. datu-bilketa nagusiaren aurretik elementu bakan batzurekin osaturiko lagin pilotu batetik p eta q parametroen zenbatespena egin, $\hat{p}_0$ eta $\hat{q}_0$ lagin pilotuko lagin proportzioak erabiliz:

$$n=\frac{z^2_{\frac{\alpha}{2}}\cdot \hat{p}_0\hat{q}_0}{\epsilon^2}$$

9. ariketa

(a) atala

%90eko konfiantza-mailarako, azpitik %95eko probabilitatea (gainetik %5) uzten duen z balioa bilatu behar da: $z_{0.05}=1.64$.

Lagin-tamaina ezkortasunez kalkulatzen duen formula aplikatuz:

$$n=\frac{z^2_{\frac{\alpha}{2}}\cdot 0,5\cdot 0.5}{\epsilon^2}=\frac{z^2_{\frac{\alpha}{2}}}{4\epsilon^2}=\frac{1.64^2}{4\times 0.02^2}=1681$$

Beraz, 1684 pertsonari galdetu behar zaio proportzioaren $p\pm 0.02$ konfiantza-tarte hori izateko.

(b) atala

ϵ errorea aldatuz formulan:

$$n=\frac{1.64^2}{4\times 0.01^2}=6724$$

Izan ere, errorea txikiagoa, tarte estuagoa alegia, eskatzen bada, lagin-tamaina handiagoa behar da.

(c) atala

$$\hat{p}=\frac{2000}{6724}=0.297$$

$$p: 0.297\pm 1.64\sqrt{\frac{0.297\times 0.703}{6724}}: 0.297\pm 0.009$$

$$0.2961<p<0.2979: \%29.61<p<\%2979$$

Ikusten denez, tartearen errorea azkenean aurreikusitako %1=0.01 baino txikiagoa da (0.009, zehazki), azkenean 0.5eko proportzioak suertatu ez direnez.

10. ariketa

%99ko konfiantza-mailarako, azpitik %99.5eko probabilitatea (gainetik %0.5) uzten duen z balioa bilatu behar da: $z_{0.005} = 2.57$.

Lagin-tamaina inkesta pilotuko emaitzekin kalkulatuz:

$\hat{p}_0 = \frac{22}{100} = 0.22$ eta $\hat{q}_0 = 0.78$

$$n = \frac{2.57^2 \times 0.22 \times 0.78}{0.04^2} = 709$$

Eskatutako konfiantza-maila %90-era jaisten bada, z balioa aldatu egingo da. Azpitik 0.95eko probabilitatea (eta gogoratu: 0.9 ez) uzten duen z balioa 1.64 denez:

$$n = \frac{1.64^2 \times 0.22 \times 0.78}{0.04^2} = 288.5 \rightarrow 289$$

Konfiantza txikiagoa eskatzen denez, lagin txikiagoa behar da.

Ohartu behar da n zenbaki osoa ateratzen ez bada, hurrengo zenbaki osora borobildu behar dela, motz ez geratzeko konfiantzan edo errorean.

Laburpena

Populazio-batezbestekoari buruzko t tartea

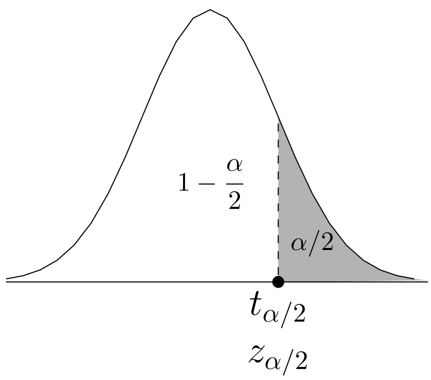
- Tarte simetrikoa: $\mu : \overline{x} \pm t_{n-1,\alpha/2}\dfrac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$
- Tarte asimetrikoak
  - $\mu > \overline{x} - t_{n-1,\alpha}\dfrac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$
  - $\mu < \overline{x} + t_{n-1,\alpha}\dfrac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$

Populazio-proportzioari buruzko tartea

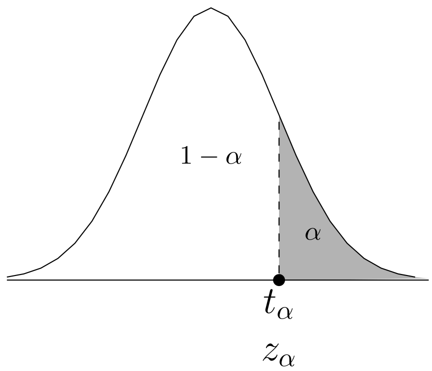
- Tarte simetrikoa: $p : \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$
- Tarte asimetrikoak
  - $p > \hat{p} - z_{\alpha}\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$
  - $p < \hat{p} + z_{\alpha}\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$

Taulako balioen bilaketa

Tarte simetrikoetan



Tarte ez simetrikoetan



Adibidez, konfiantza $(1-\alpha)$ %90 edo 0.9 bada,

- tarte simetriko batean azpitik 0.95eko probabilitatea uzten duen $t_{0.05}$ balioa (batezbestekoaren kasuan) edo $z_{0.05}$ balioa (proportzioaren kasuan) bilatu behar da;
- tarte ez simetriko batean azpitik 0.90eko probabilitatea uzten duen $t_{0.10}$ balioa (batezbestekoaren kasuan) edo $z_{0.10}$ balioa (proportzioaren kasuan) bilatu behar da.