Erabakiak ziurgabetasun eta arrisku-egoeretan

Josemari Sarasola

2017ko urtarrila

1 Sarrera

Egunero hartzen ditugu erabakiak. Noiz jaiki behar dugun, gosarian zer hartuko dugun, dutxan zenbat denbora eman behar dugun, ... Erabaki arin horiekin batera, hartu behar ditugu erabakiak gure bizitzan berebiziko garrantzia izango dutenak, hala nola zer ikasi behar dugun, lanpostu bat ala bestea aukeratu behar dudan, biziko garen etxea eta nor izango dugun bikotekide. Erakundeetan ere erabakiak hartzen dira, batzuetan pertsona bakar batek hartzen ditu, eta beste batzuetan pertsona batzuen artean, eta askotan erabaki garrantzitsuak dira, langile berria kontratatu behar dugun, nor kontratatu behar dugun, produktu berria merkaturatu behar den, eta abar.

Beraz, erabaki-hartzea tentuz egin beharreko zeregina da. Horretarako sortu zen erabaki-teoria, bereziki XX. mendean zehar garatutakoa. Erabaki-teorian abiarazteko, ezinbestekoa da erabaki-problema motak eta horien osagaiak zehaztasunez adieraztea.

Ikasliburu honetan ikasiko ditugun erabaki-problemetan, erabaki-hartzaileak hainbat erabaki ditu aukeran, *ekintza* deituko ditugunak. Ekintza horietako bakoitzeko, erabaki-hartzaileak kontrolatzen ez dituen hainbat gertakari posible daude alegia, *natura-egoera* izenekoak. Azkenik, ekintza eta natura-egoera konbinazioetarako, erabaki-hartzailearentzat emaitza bana izango da, utilitate edo irabazia, edo kostua izan daitekeena[1]. Ikasliburu honetan emaitzak irabaziak, eta ez kostuak, izango direla pentsatuko dugu.

Beste alde batetik, erabaki-problemak bakunak izan daitezke, erabaki bakarra hartzen denean, edota sekuentzialak, erabaki anitz hartzen direnean bata bestearen ondotik. Beste alde batetik, bai ekintzak bai natura-egoerak diskretuak zein jarraituak izango dira.

Erabakien azterketa, azkenik, bi ikuspuntutik egin daiteke: alde batetik, ikuspuntu enpiriko batetik, erabakiak praktikan nola hartzen diren aztertzen da; bestetik, ikuspuntu normatibo batetik, erabakiak arrazionaltasunez nola hartu beharko liratekeen aztertzen da. Bigarren ikuspuntu hau garatuko dugu hemen; ikusiko dugunez, arrazionaltasunaren definizioan eztabaida dagoenez, batzuetan metodo eta ikuspuntu ezberdinak garatuko dira erabaki-problemak ebazteko.

Lehenbizi erabaki-problema bakunak eta diskretuak, ekintzei nahiz natura-egoerei buruz, ikasiko ditugu sinpletasunez. Problema horietako informazioa taula eta zuhaitz moduan irudika daiteke.

[1]Beste egoera batzuetan, beste erabaki-hartzaile batek hartzen dituen erabakiak hartu behar dira kontuan, hark ere arrazionalki jokatzen duelarik. Erabaki-egoera horiek joko-teorian aztertzen dira.

Adibidea: Nekazari batek garia edo artoa erein dezake bere soroetan. Euri-kopurua uzta jaso bitartean 400mm baino txikiagoa bada, 30.000EUR jasoko ditu garia landatzen badu, eta 26.000EUR artoa landatzen badu; 400-800mm bitartekoa bada, 40.000EUR jasoko du gariaren kasuan eta 42.000EUR artoaren kasuan; azkenik, 800mm baino handiagoa bada, 35.000EUR gariaren kasuan eta 45.000EUR artoaren kasuan.

Identifikatu ekintzak, natura-egoerak eta emaitzekin batera adierazi taula zein zuhaitz moduan.

- ekintzak:

$$a_1: \ garia; \ a_2: \ artoa$$

- natura-egoerak:

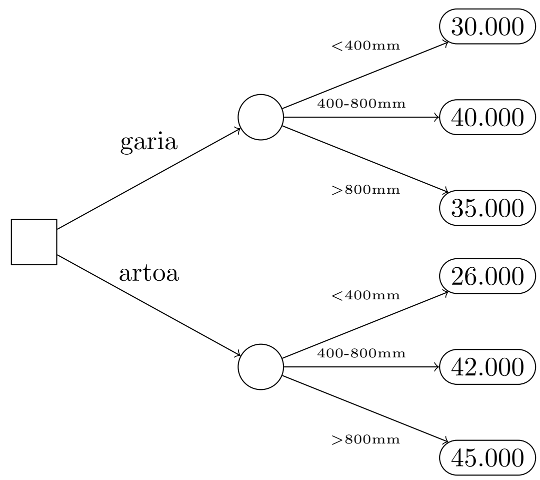
$$\theta_1 : < 400mm; \ \theta_2 : \ 400 - 800mm; \ \theta_3 : > 800mm$$

Taula moduan emaitzek erabaki-matrizea osatzen dute:

Taula 1: Erabaki-matrizea.

	Natura-egoerak		
Ekintzak	$< 400m$	$400 - 800mm$	$> 800mm$
Garia	30.000	40.000	35.000
Artoa	26.000	42.000	45.000

Zuhaitz moduan, berriz:



Irudia 1: **Erabaki-zuhaitza**: Aukeran dauden **ekintzak** , **laukiz** egindako korapilo batetik abiatzen dira; eta **natura-egoerak**, **zirkuluz** egindako korapilo batetik. Lehenbizi, ekintzen korapiloa jartzen da.

2 Ziurgabetasuna eta arriskua erabaki-hartzean

Erabakitako ekintza bakoitzeko hainbat natura-egoera gerta daitezke, emaitza ezberdinak ematen dituztenak. *Ziurgabetasuna* dagoela esango dugu, zein natura-egoera gertatuko den ez dakigunean, ezta horietako batek besteak baino aukera handiagoak dituen gertatzeko. Aitzitik, natura-egoera bakoitza gertatzeko probabilitatea ezaguna denean, *arriskua* dagoela esaten da. Ziurgabetasunean, natura-egoeraren probabilitateak ez dira ezagunak, eta arrisku egoeran bai. Batzuen arabera, inoiz ez dago ziurgabetasunik, gertatuko den natura-egoerari buruz ezer ez dakigunean, logikoena natura-egoerei probabilitate berdinak esleitzea baita.

3 Erabaki-hartzea ziurgabetasun-egoeretan

Zenbait irizpide garatu dira, arrazionalak (ustez), ziurgabetasun-egoeretan erabakiak hartzeko.

3.1 Maximin irizpidea

Irizpide honen arabera, *ezkortasunez*, emaitza okerrena gertatuko delakoan, erabaki bakoitzeko natura-egoerek ematen dituzten emaitza guztietatik txikiena (min) hartu, eta noski ekintza guztietan emaitza txikien horietatik handiena (max) duen ekintza erabakiko da, emaitza horiek etekinak direnez. Irizpide hoen planteamendua Abraham Wald estatistikariari zor zaio, eta horregatik bere izena jartzen zaio irizpideari batzuetan.

Arestiko adibidea harturik:

$$min_{garia} = 30.000$$

$$min_{artoa} = 26.000$$

Eta minimo horietatik emaitza handiena dakarren ekintza erabaki behar da:

$$max(min_{garia}, min_{artoa}) = 30.000 \rightarrow a^* = garia$$

Emaitzak etekinak ez, baizik eta *kostuak direnean*, maximin irizpidea *minimax* bilakatzen da, ezkortasunez emaitza okerrena kostu handiena (max) denez, eta kostu handien horietatik txikiena (min) dakarren ekintza erabakiko denez.

3.2 Maximax irizpidea

Irizpide honetan, *baikortasunez* jokatzen da. Ekintza bakoitzeko, emaitza onena (max) gertatuko dela uste da, eta horietatik noski, handiena (max) hartzen da, aurrekoan bezala.

Adibidean:

$$max_{garia} = 40.000$$

$$max_{artoa} = 45.000$$

Eta minimo horietatik emaitza handiena dakarren ekintza erabaki behar da:

$$max(max_{garia}, max_{artoa}) = 45.000 \rightarrow a^* = artoa$$

Emaitzak kostuak direnean, irizpide hau *minimim* bihurtzen da.

3.3 Hurwicz irizpidea

Maximin eta maximax irizpideek erabaki hartzailearen erabateko ezkortasuna eta baikortasuna adierazten dute. Zentzuzkoagoa eta malguagoa izan daiteke bitarteko jarrera bat. Horixe da Hurwicz irizpidea egiten duena, $0 \leq \alpha \leq 1$ baikortasun-parametro bat harturik. Parametro hori hartuta, ekintza bakoitzeko H bitarteko emaitza bat eskuratuko da, eta horietatik handiena aukeratuko da, etekinak direnez. Argi denez, $\alpha = 1$ dugunean, maximax irizpidearekin dator bat; eta $\alpha = 0$ denean, maximin irizpidearekin. Leonid Hurwicz (1917-2008) poloniar ekonomialariri zor zaio irizpide hau, 1950 urtean plazaratu zuena.

Adibidean, $\alpha = 0.8$ hartzen bada, ekintza bakoitzean honela kalkulatuko genuke erreferentziazko emaitza:

$$H_{garia} = 0.8 \times 40.000 + 0.2 \times 30.000 = 38.000$$

$$H_{artoa} = 0.8 \times 45.000 + 0.2 \times 26.000 = 41.200$$

H balio handiena ematen duen ekintza da, eta beraz adibidean artoa landatzea erabaki beharko litzateke.

3.4 Laplace irizpidea

Laplace irizpidea arrazoi ez nahikoaren printzipioan oinarritzen da, zeinaren arabera erabateko ziurgabetasunean probabilitate berdinak esleitu behar zaizkien gertakizunei. Beraz, Laplace irizpideak ziurgabetasun-egoeratik arrisku-egoerara igarotzea dakar, probabilitate berdinekin, eta beraz ekintza bakoitzeko emaitza guztien itxaropen matematikoa edo batezbestekoa kalkulatzea.

Adibidean,

$$\mu_{garia} = \frac{30.000 + 40.000 + 35.000}{3} = 35.000$$

$$\mu_{artoa} = \frac{26.000 + 42.000 + 45.000}{3} = 37.666$$

Irizpide horren arabera, ekintza egokiena artoa landatzea lizateke.

3.5 Savage irizpidea

Natura egoera bakoitzeko, erabaki onena ez hartzearen aukera-kostua (erabaki onena ez hartzeagatik galtzen dena) kalkulatzen da. Emaitza berri horiekin, ezkortasunez, ekintza bakoitzeko aukera-kostu handiena kalkulatuko da, eta handien horietatik kostu edo damu txikiena dakarrena kalkulatuko da (minimax irizpidean bezala, ezkortasunez erabakiz). Adibidez, adibideko emaitzetarako, $< 400m$ egoeran, artoa landatzearen aukera-kostua 4.000EUR da, ekintza horretan ekintza onenean baino 4.000EUR gutxiago irabazten direlako:

Taula 2: Aukera-kostuen erabaki-matrizea.

Ekintzak \Natura-egoerak	$< 400m$	$400 - 800mm$	$> 800mm$
Garia	0	2.000	10.000
Artoa	4.000	0	0

Aukera-kostuen taulatik, ezkortasunez:

$$max_{garia} = 10.000$$

$$max_{artoa} = 4.000$$

Eta horietatik, aukera-kostu txikiena artoa landatzeari dagokionez, hori izango da erabaki egokiena.

3.6 Starr eremuen irizpidea

Natura-egoeren probabilitateak zehaztu ezin direnean gaude ziurgabetasun-egoeran. Probabilitateak ezagunak direnean, arrisku egoeran alegia, ohiko erabaki-prozedura ekintza bakoitzeko emaitzen itxaropen matematikoa edo batezbestekoa kalkulatzea da, probabilitate horietan oinarrituta, eta itxaropen handiena duen ekintza hobesten da. Ziurgabetasunean erabakitzeko prozedura bat, M. K. Starr-ek proposatutako 1962an, probabilitate-aukera guztiak aztertzea da, probabilitate-aukera bakoitzeko ekintza hoberena emanez; hortik, ekintza bakoitza hobesten duen probabilitate-aukera zabalena duen ekintza hobesten da.

Ikus dezagun adibide batez:

Taula 3: Erabaki-matrizea.

Ekintzak \Natura-egoerak	$< 400m$	> 400
Garia	100	200
Artoa	300	100

Izenda ditzagun natura-egoeren probabilitateak $p_{<400} = p$ eta $p_{>400} = 1 - p_{<400} = 1 - p$. Ekintza bakoitzeko itxaropen matematikoa honela definitzen da:

$$E[garia] = 100p + 200(1 - p) = 200 - 100p$$

$$E[artoa] = 300p + 100(1 - p) = 200p + 100$$

Noiz izango da hobea gariaren erabakia artoarena baino? Gariaren itxaropena artoarena baino handiagoa denean:

$$200 - 100p > 200p + 100 \rightarrow 300p < 100 \rightarrow p < 100/300 = 0.33$$

Beraz, garia landatzea hobetsiko da p probabilitatea (400 mm baino euri kopuru txikiagoa izateko probabilitatea, gogora dezagun) 0.33 baino txikiagoa denean; eta artoa landatzea beste kasu guztietan ($p > 0.33$).

Garia hobesten den probabilitate-eremuaren luzera (0,0.33) tartearen luzera da, 0.33 hain zuzen; eta artoa hobesten den (0.33,1) tartearen luzera, 0.67. Artoaren probabilitate-tartea zabalagoa denez, ekintza hori hobetsi behar da.

Starr eremuen irizpidearen oztopo nagusia konputazioa da, bereziki natura egoerak 3 edo gehiago direnean. Kasu horietan guztietan behar beharrezkoa da tresna informatikoak erabiltzea, probabilitate-eremuak bi dimentsiokoak edo handiagoak direlako.

4 Erabaki-hartzea arrisku-egoeretan

Ondoren, arrisku-egoeretan erabakiak hartzeko metodo zenbait azalduko dira. Gogoratu behar da arrisku-egoeran natura-egoera bakoitza gertatzeko probabilitateak ezagunak direla.

Arrisku-egoeretarako metodoak azaltzeko, aurreko adibide bera hartuko dugu, baina orain natura egoeretako probabilitateak ezagunak direla:

Taula 4: Erabaki-matrizea.

	Natura-egoerak		
	$< 400m$	$400 - 800mm$	$> 800mm$
Probabilitateak	0.2	0.5	0.3
Ekintza: Garia	30.000	40.000	35.000
Ekintza: Artoa	26.000	42.000	45.000

4.1 Esperotako balioaren irizpidea

Ingelesez, EMV edo Expected Monetary Value deitzen zaio. Irizpide honen arabera, ekintza bakoitzeko esperotako balioa edo itxaropen matematikoa kalkulatuta, balio handiena ematen duen ekintza erabaki behar da. Adibidean:

$$\mu_{garia} = 0.2 \times 30.000 + 0.5 \times 40.000 + 0.3 \times 35.000 = 36.500$$

$$\mu_{artoa} = 0.2 \times 26.000 + 0.5 \times 42.000 + 0.3 \times 45.000 = 39.700$$

Hala, artoa landatzea litzateke erabaki hoberena.

4.2 Esperotako aukera-kostuaren irizpidea

Ingelesez, EOL edo Expected Opportunity Loss deitzen zaio. Savage-ren irizpidean bezala, aukera-kostuak edo damuak kalkulatzen ditu, baina hemen kostu horien esperotako balioa edo batezbestekoa kalkulatuko da:

Taula 5: Erabaki-matrizea.

	Natura-egoerak		
	$< 400m$	$400 - 800mm$	$> 800mm$
Probabilitateak	0.2	0.5	0.3
Ekintza: Garia	0	2.000	10.000
Ekintza: Artoa	4.000	0	0

$$k_{garia} = 0.2 \times 0 + 0.5 \times 2.000 + 0.3 \times 10.000 = 4.000$$

$$k_{artoa} = 0.2 \times 4.000 + 0.5 \times 0 + 0.3 \times 0 = 800$$

Batez besteko aukera-kostu txikiena duena erabaki behar da: artoa landatzea, beraz.

4.3 Modaren irizpidea

Modaren irizpidearen arabera, probabilitate handieneko natura-egoeran gertatzen den emaitzari erreparatu behar zaio erabakia hartzeko.

Adibidean, probabilitate handieneko natura-egoera 400-800 mm-ko euri-kopurua da, 0.5eko probabilitateaz, eta horrekin 40.000€eskuratzen dira gariarekin, eta 42.000 artoarekin. Beraz, irizpide honen arabera ere artoa landatzea lizateke erabaki onena.

4.4 Batez besteko natura-egoeraren irizpidea

Irizpide hau baliatzeko beharrezkoa natura-egoerak zenbakizkoak izatea. Natura-egoera horien probabilitateak hartuta, batez besteko natura-egoera kalkulatzen da. Ondoren, ekintza bakoitzeko batez besteko natura-egoera horri dagokion emaitzak kalkulatzen dira. Emaitza handieneko ekintza erabakiko da.